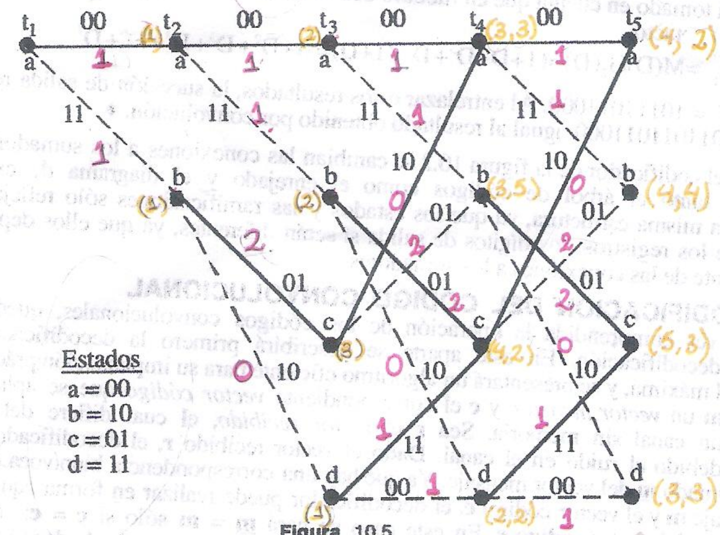

Figura 10.5
Enrejado correspondiente a la Fig. 10.4

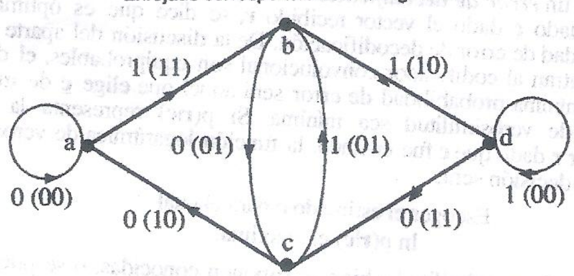

Figura 10.6
Diagrama de transición de estados correspondiente al enrejado de la Figura 10.5

Estado	a	b	d	c	b	c	a	b	c	a	a	a
Entrada	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
Salida	11	10	11	01	01	10	11	01	10	00	00	

y la sucesión de salida será 1110110101101101100000… ♦

♦ Ejemplo. El codificador convolucional de la figura 10.2 puede expresarse mediante dos polinomios generadores

$$G_1(D) = 1+D^2$$

$$G_2(D) = 1+D$$

Si se considera la misma sucesión de bits de entrada del ejemplo anterior y se expresa en forma polinómica se tendrá $M(D) = 1+D+D^3+D^6$. Esta transformación del mensaje y de las ganancias de los registros al dominio D es análoga a la transformada de Fourier que convierte una convolución en una multiplicación. La salida del contacto inferior será

$$x_j' = M(D)G_1(D) = (1+D+D^3+D^6)\,(1+D^2) = 1+D+D^2+D^5+D^6+D^8$$

en donde se ha tomado en cuenta que en módulo dos $D^i + D^i = 0$. Así $(x_j)' = 111001101000$. En el segundo contacto

$$x_j'' = M(D)G_2(D) = (1+D+D^3+D^6)(1+D) = 1+D^2+D^3+D^4+D^6+D^7$$

de donde $(x_j)'' = 10111011000$. Al entrelazar estos resultados, la sucesión de salida resulta ser 11101101011011011000, igual al resultado obtenido por convolución. ♦

Si en el codificador de la figura 10.2 se cambian las conexiones a los sumadores en módulo dos, tanto el árbol de códigos como el enrejado y el diagrama de estados conservarán la misma estructura, ya que los estados y las ramificaciones sólo reflejan los contenidos de los registros; los dígitos de salida sí serán diferentes, ya que ellos dependen específicamente de las conexiones a los sumadores.

10.2 DECODIFICACION DEL CODIGO CONVOLUCIONAL

Una vez comprendida la operación de los códigos convolucionales, queda por estudiar su decodificación. En este aparte se describirá primero la decodificación de verosimilitud máxima, y se presentará un algoritmo eficiente para su implantación práctica.

Sea **m** un *vector mensaje* y **c** el correspondiente *vector código* que se aplica a la entrada de un canal sin memoria. Sea **r** el *vector recibido*, el cual difiere del vector transmitido debido al ruido en el canal. Dado el vector recibido **r**, el decodificador debe hacer un estimado $\underline{\mathbf{m}}$ del vector mensaje. Ya que hay una correspondencia biunívoca entre el vector mensaje **m** y el vector código **c**, el decodificador puede realizar en forma equivalente un estimado $\underline{\mathbf{c}}$ del vector código **c**. En este caso se hará $\underline{\mathbf{m}} = \mathbf{m}$ sólo si $\underline{\mathbf{c}} = \mathbf{c}$; en caso contrario se cometerá un *error de decodificación* en el receptor. La regla de decodificación para escoger el estimado $\underline{\mathbf{c}}$ dado el vector recibido **r**, se dice que es óptima cuando se minimiza la probabilidad de error de decodificación. De la discusión del aparte 9.3, si todas las secuencias que entran al codificador convolucional son equiprobables, el decodificador que suministrará la mínima probabilidad de error será aquel que elige $\underline{\mathbf{c}}$ de manera que la función logarítmica de verosimilitud sea mínima. Si p(**r**|**c**) representa la probabilidad condicional de recibir **r** dado que **c** fue enviado, la función logarítmica de verosimilitud será ln p(**r**|**c**). La regla de decisión será:

$$\begin{array}{c}\text{Escoger el estimado c para el cual}\\ \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{c}) \text{ es máxima.}\end{array} \tag{10.2}$$

Las funciones de verosimilitud o bien se suponen conocidas, o se pueden computar a partir de las especificaciones del canal.

Decisiones rigurosas y blandas.

Antes de especificar el algoritmo que determinará la decisión de máxima verosimilitud, es conveniente describir el canal. En los códigos convolucionales la secuencia codificada puede considerarse como un caudal sin fin, lo cual contrasta con los códigos de bloque, en los cuales tanto los datos como las palabras codificadas se agrupan en bloques de tamaños precisos. Las palabras codificadas se mapean en formas de onda binarias y se envían sobre un canal que se supone está corrompido por ruido gaussiano.

Considérese el caso de una señal binaria $s_i(t)$, i = 0 ó 1, que se transmite en el intervalo (0,T) sobre un canal sin memoria sometido a ruido gaussiano n(t) de media cero. En los capítulos precedentes, la detección de la señal recibida $x(t) = s_i(t) + n(t)$ se realizó en términos de dos pasos básicos. En primer lugar la onda recibida se redujo a un simple número, digamos $x(T) = a_i + n_0$, en donde a_i es la componente debida a la señal y n_0 la proveniente del ruido. Dadas las características del ruido, x(T) será una variable aleatoria gaussiana de media a_0 ó a_1, dependiendo sí la señal era "0" ó "1". El segundo paso en la detección fue decidir acerca de la señal enviada, comparando la señal recibida con un umbral. La figura 10.7 ilustra las probabilidades condicionales de x(T), denominadas como verosimilitud de s_0 y verosimilitud de s_1. Ya que la salida del canal es continua debido al